

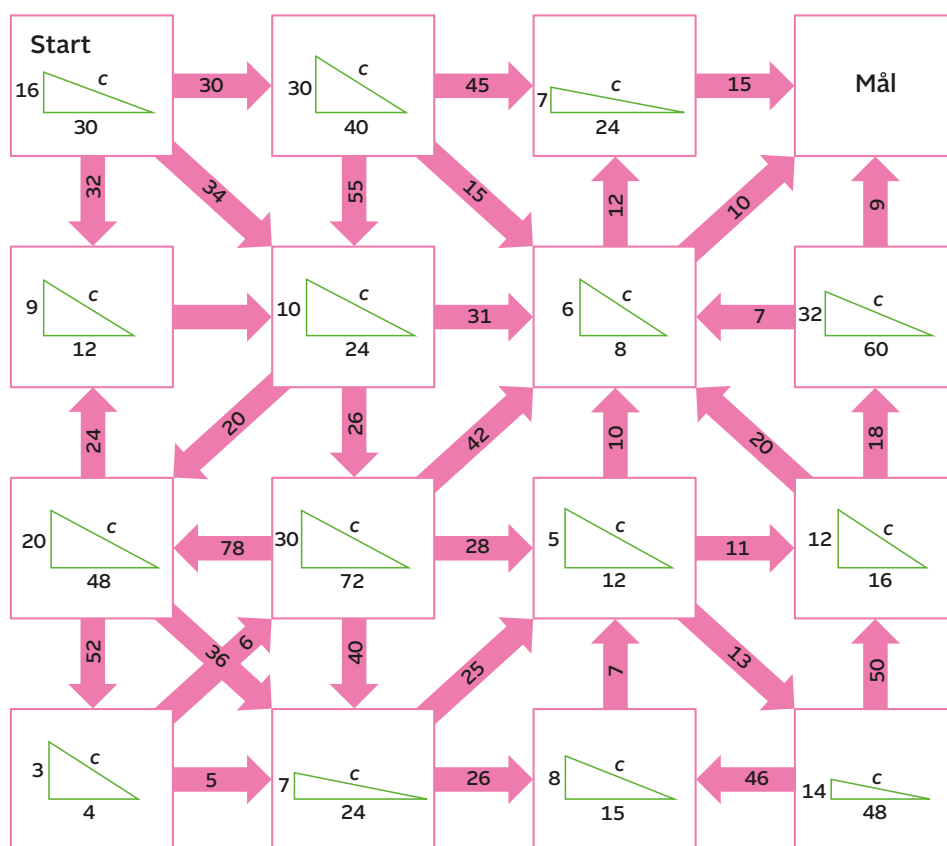
Från start till mål med Pythagoras sats

Mål Eleven ska lära sig att använda Pythagoras sats.

Materiel Spelplan (förstora gärna spelplanen på elevversionen till A3-format och laminera så att de går att återanvända), papper och penna.

Utförande 1–2 deltagare, arbeta enskilt eller i par.

- 1 Eleverna börjar vid start och ska sen hitta vägen fram till mål genom att beräkna den sida som är markerad med c och välja att gå efter den pil som visar rätt svar. De ska skugga rutan med triangeln och pilen och fortsätter göra så ända tills det har bildats en skuggad väg från start till mål.
- 2 När eleverna är klara kan de kontrollera vilka av triangelarna som är egyptiska och ringa in dem. De kan läsa på sidan 59 i läroboken om egyptisk triangel.



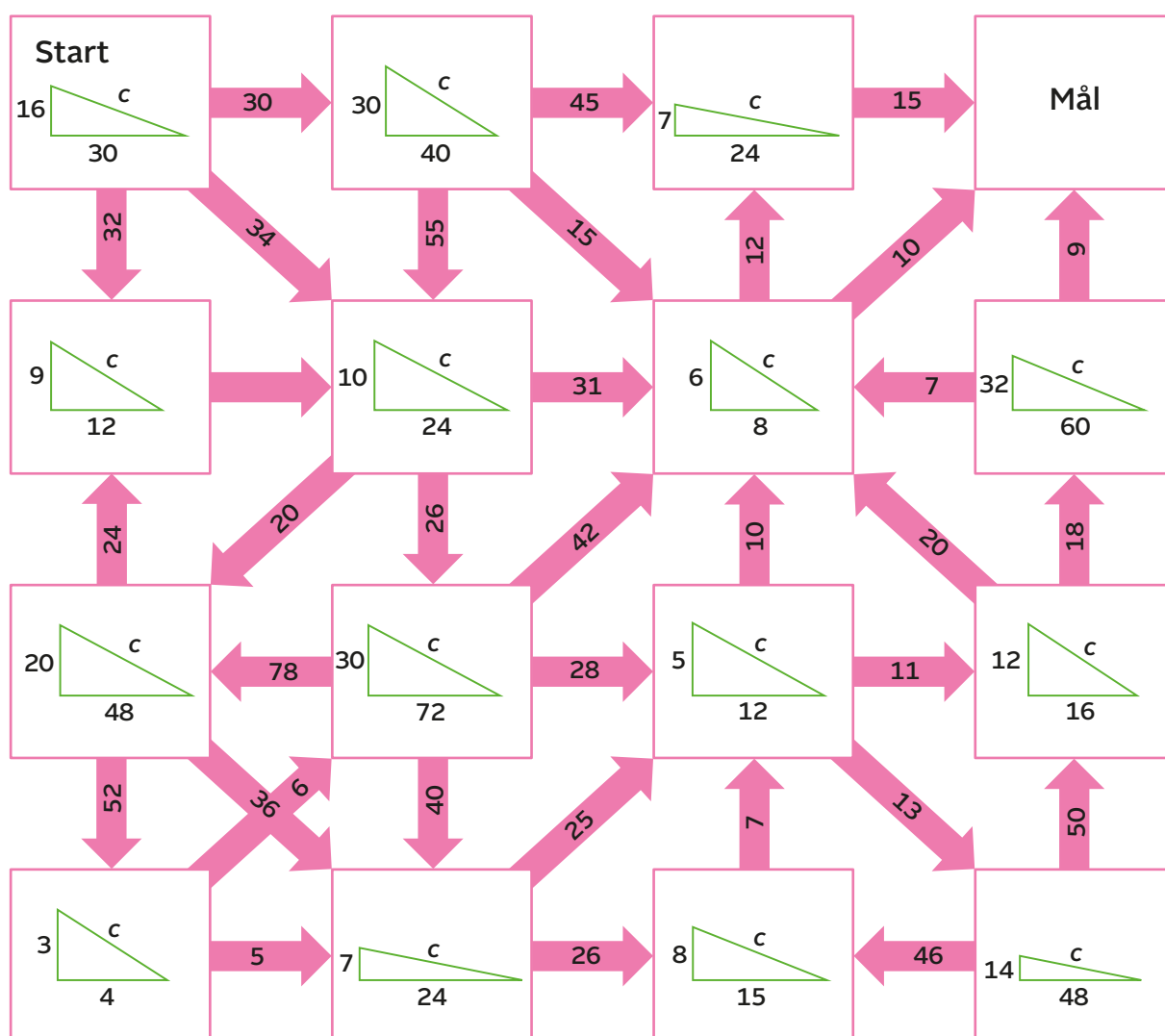
Från start till mål med Pythagoras sats

Mål Att lära sig använda Pythagoras sats.

Materiel Spelplan, papper och penna.

Utförande 1–2 deltagare, arbeta enskilt eller i par.

- 1 Börja vid start på spelplanen. Beräkna sedan längden på den sida som är markerad med c och fortsätt längs den pil som visar rätt svar. Skugga både rutan med triangeln och pilen och gör på samma sätt tills ni kommit fram till målet.
- 2 Ringa in de trianglar som är egyptiska trianglar. Läs på sidan 59 i läroboken om egyptisk triangel.



Pussla med Pythagoras sats

Mål Eleverna ska kunna troliggöra Pythagoras sats genom att jämföra arean av några geometriska figurer.

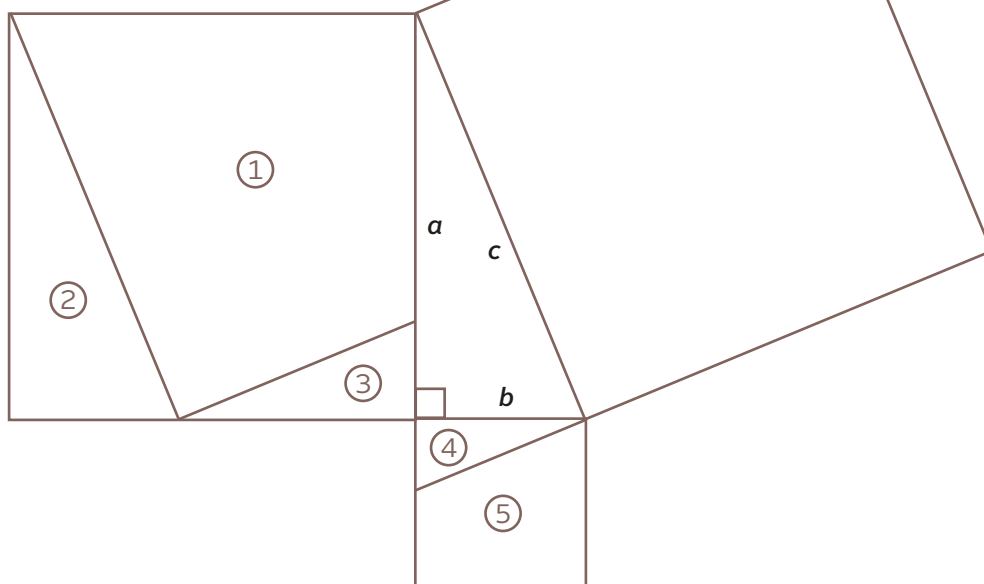
Materiel Sax, lim och kopieringsunderlag. Kopiera gärna figurerna i A3-format.

Utförande Eleverna följer instruktionerna.

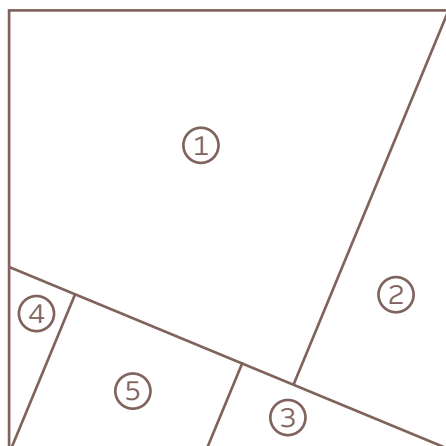
- A** Här ska eleverna använda pussel A. Eleverna ska klippa ut alla delar som hör till kvadraten med sidan a och kvadraten med sidan b . Sedan ska de lägga delarna på kvadraten med sidan c så att hela ytan täcks. När de har gjort det så har de visat att summan av arean på kvadraten med sidan a och arean på kvadraten med sidan b är lika med arean på kvadraten med sidan c .

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Pussel A

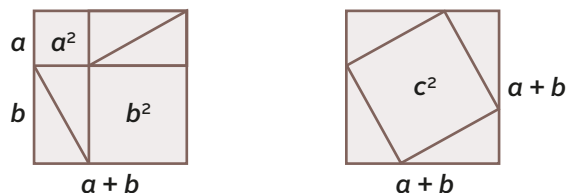


Facit



Utförande Eleverna följer instruktionerna.

- B** Punkt 2 på elevversionen ger den vänstra figuren och punkt 3 ger den högra figuren.



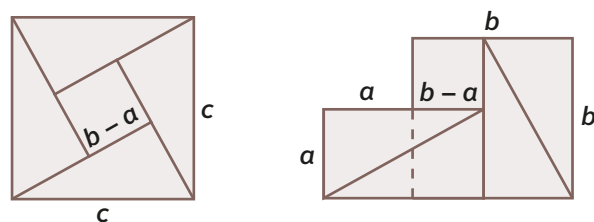
Arealen av den stora kvadraten kan beräknas med första kvadreringregeln, $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$. Det går också bra att addera arean av de figurer som täcker kvadraten.

Ett uttryck för den vänstra kvadratens area är $a^2 + b^2 + 2ab$.

Ett uttryck för den högra kvadratens area är $c^2 + 2ab$.

Om vi sätter dem lika med varandra $a^2 + b^2 + 2ab = c^2 + 2ab$ så ger det $a^2 + b^2 = c^2$, vilket är formeln för Pythagoras sats.

- C** Den vänstra figuren visar att arean för de fyra triangelarna samt den lilla kvadraten kan skrivas med uttrycket c^2 .



Den högra figuren visar att arean kan skrivas med uttrycket $a^2 + b^2$. Eftersom vi har använt samma figurer så är de båda areorna lika stora, $a^2 + b^2 = c^2$, vilket är formeln för Pythagoras sats.

Vi har här hjälpt till att visa sidlängden av den mindre kvadraten, den med sidan a och att visa sidlängden av den större kvadraten, den med sidan b . För att inse att sidlängden är b så får man addera $a + b - a = b$.

Pussla med Pythagoras sats

Mål Visa Pythagoras sats genom att jämföra arean av några geometriska figurer.

Materiel Sax och kopieringsunderlag.

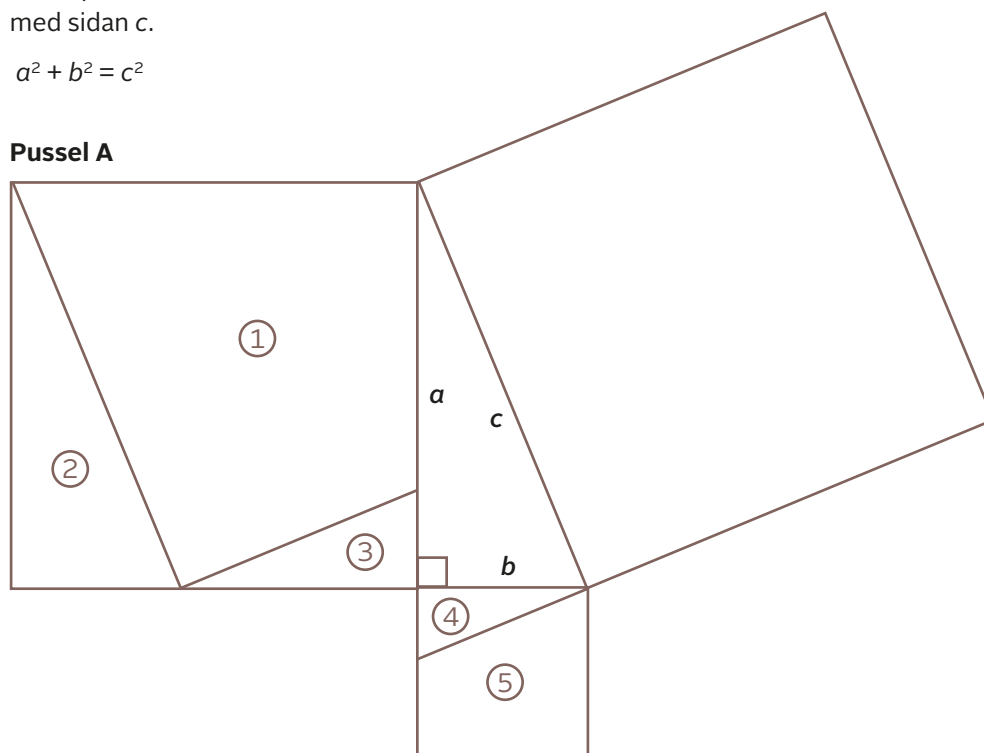
Utförande

A Här ska du använda pussel A.

Klipp ut alla delar som hör till kvadraten med sidan a och kvadraten med sidan b . Sedan ska du lägga delarna på kvadraten med sidan c så att hela ytan täcks. När du har gjort det så har du visat att summan av arean på kvadraten med sidan a och arean på kvadraten med sidan b är lika med arean på kvadraten med sidan c .

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Pussel A



Utförande Klipp ut alla delar så att du har sex kvadrater och fyra rätvinkliga trianglar.

B Här ska du använda alla delarna i kopieringsunderlag B och C, förutom den minsta kvadraten.

- 1 Ta fram de två stora kvadraterna som har sidlängden $(a + b)$.
- 2 Börja med att täcka en av de stora kvadraterna med kvadraterna med sidlängden a och sidlängden b samt de fyra trianglarna.

Skriv ett uttryck för den stora kvadratens area. _____

- 3 Täck nu den andra stora kvadratens area med kvadraten med sidlängden c och de fyra trianglarna. Använd alltså de fyra trianglar som ligger på den första stora kvadraten.

Skriv ett uttryck för den stora kvadratens area. _____

- 4 Jämför de två olika uttrycken för den stora kvadratens area. Förklara hur de kan visa formeln för Pythagoras sats.

C I den här övningen ska du använda trianglarna och den lilla kvadraten. Ibland kan du behöva vända på trianglarna. Skriv gärna uttrycken a , b eller c på baksidan av trianglarna så att du kan se sidlängdernas uttryck även om du måste vända på triangeln.

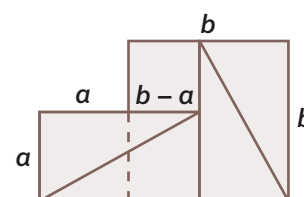
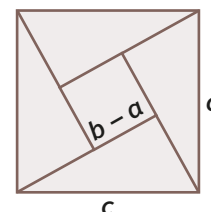
- 1 Lägg alla bitarna så att de bildar en kvadrat med sidan c .

Skriv ett uttryck för hela figurens area.

- 2 Använd samma bitar och lägg den skuggade figuren.

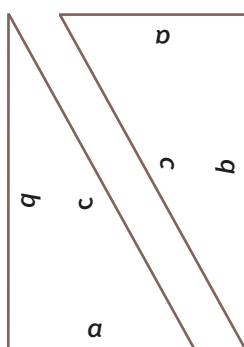
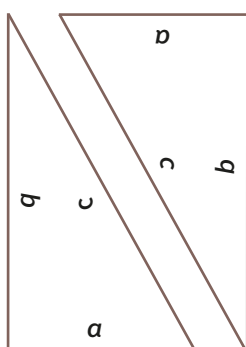
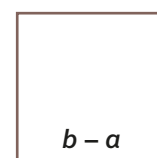
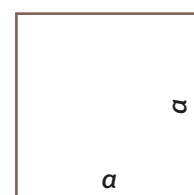
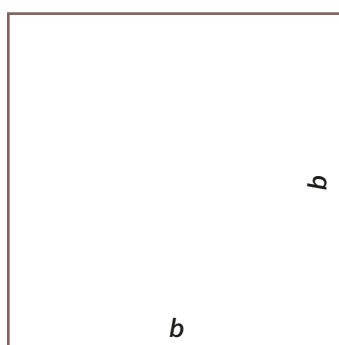
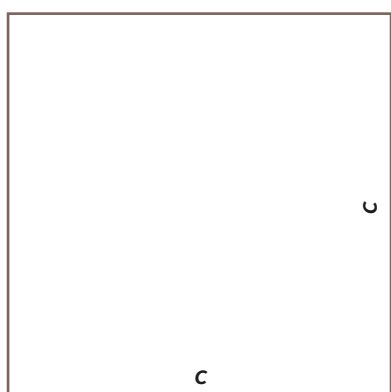
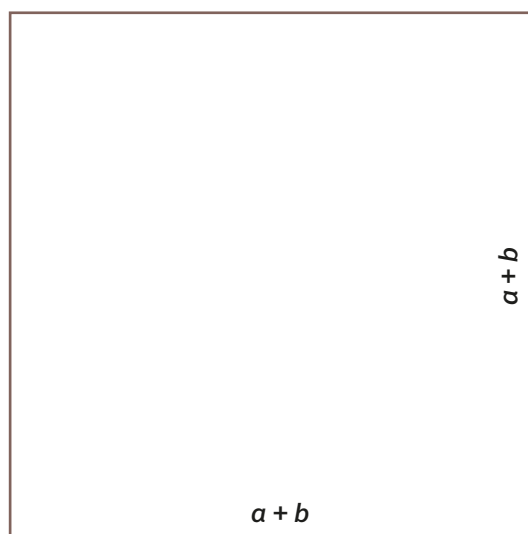
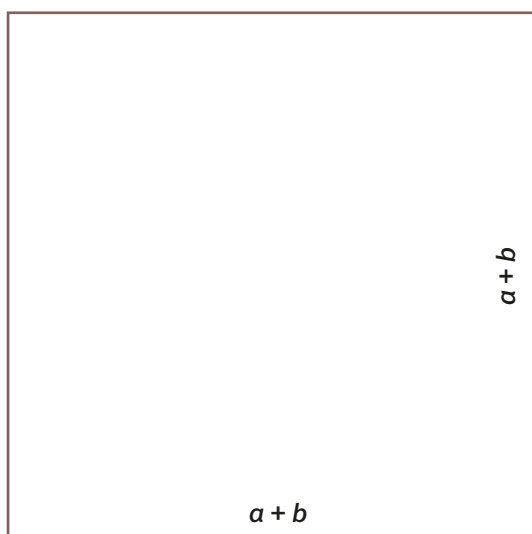
Skriv ett uttryck för hela den skuggade figurens area.

- 3 Jämför de två olika uttrycken för den sammanlagda arean av de fyra trianglarna och den lilla kvadraten. Förklara hur de kan visa formeln för Pythagoras sats.



Pussla med Pythagoras sats

Kopieringsunderlag till uppgift B och C



Egyptisk triangel

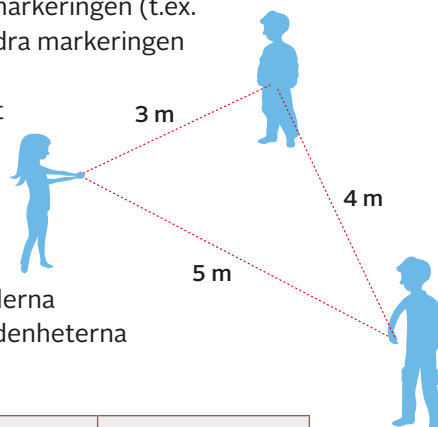
Mål Eleverna ska undersöka och förstå att en triangel med förhållandet 3:4:5 mellan sidorna är rätvinklig.

Materiel Rep och/eller snöre som är minst 12 meter, måttband och tejp. Snöret kan användas vid kortare sträckor och kan vara drygt en meter långt.

Utförande Låt eleverna arbeta i grupper om fyra. De ska konstruera trianglar med förhållandet mellan sidorna 3:4:5 med hjälp av ett rep och av ett snöre.

A Använd repet. Eleverna ska först mäta upp 3 meter från början av repet och där göra en markering, med till exempel en tejpbiter. De ska sedan fortsätta och mäta upp 4 meter från den markeringen och göra en ny markering. Från den mäter de upp 5 meter. En person håller i början av repet, den andra personen håller i den första markeringen (t.ex. tejpbiten), den tredje personen håller i den andra markeringen och den fjärde håller i den tredje markeringen och för den till början av repet. Sträck på repet så att en triangel bildas. Undersök om det är en rätvinklig triangel.

Låt eleverna göra på samma sätt med de andra längdenheterna som är föreslagna i tabellen. De beräknar först hur långa sidlängderna ska vara och fyller i tabellen. Med de små längdenheterna kan det passa bättre att arbeta med ett snöre.



Längdenhet	3	4	5
1 m	$3 \cdot 1 \text{ m} = 3 \text{ m}$	$4 \cdot 1 \text{ m} = 4 \text{ m}$	$5 \cdot 1 \text{ m} = 5 \text{ m}$
0,5 m	$3 \cdot 0,5 \text{ m} = 1,5 \text{ m}$		
6 dm			
2 dm			
1 dm			
5 cm			

B Trianglarna som har förhållandet 3:4:5 kallas för egyptiska trianglar och är rätvinkliga. Eleverna ska ta reda på om trianglarna med nedanstående sidlängder är egyptiska.

- a) 6 m, 8 m och 10 m b) 4 m, 5 m och 6 m
- c) 4,5 m, 6 m, 7,5 m d) 15 m, 20 m, 25 m

Egyptisk triangel

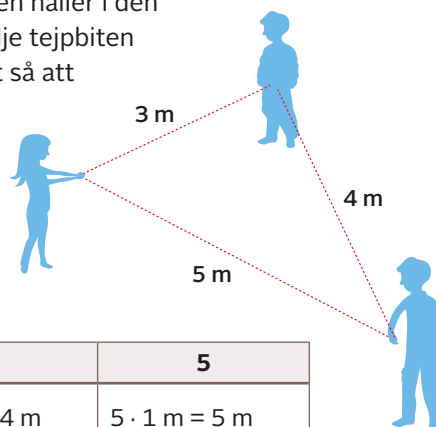
Mål Undersöka och förstå att en triangel med förhållandet 3:4:5 mellan sidorna är rätvinklig.

Materiel Rep och/eller snöre som är minst 12 meter, måttband och tejp. Snöret kan användas vid kortare sträckor och kan vara drygt en meter långt.

Utförande Arbeta i grupper med fyra elever. Konstruera trianglar med förhållandet mellan sidorna 3:4:5.

- A** Använd repet. Mät upp 3 meter, med start i början av repet, och gör en markering, med till exempel en tejpbit. Försätt sedan och mät upp 4 meter från markeringen och gör en ny markering. Från den mäter ni upp 5 meter. En person håller i början av repet, den andra personen håller i den första tejpbiten, den tredje personen håller i den andra tejpbiten och den fjärde håller i den tredje tejpbiten och tar den till början av repet. Sträck på repet så att en triangel bildas. Undersök om det är en rätvinklig triangel.

Gör på samma sätt med de föreslagna längdenheterna i tabellen, när längdenheten blir liten kan det vara enklare att använda ett tunnare snöre.



Längdenhet	3	4	5
1 m	$3 \cdot 1 \text{ m} = 3 \text{ m}$	$4 \cdot 1 \text{ m} = 4 \text{ m}$	$5 \cdot 1 \text{ m} = 5 \text{ m}$
0,5 m	$3 \cdot 0,5 \text{ m} = 1,5 \text{ m}$		
6 dm			
2 dm			
1 dm			
5 cm			

- B** Trianglarna som har förhållandet 3:4:5 mellan sidorna kallas för egyptiska trianglar. De är alla rätvinkliga. Ta reda på om nedanstående trianglar är egyptiska. Triangel som har sidlängderna

- a) 6 m, 8 m och 10 m _____ b) 4 m, 5 m och 6 m _____
 c) 4,5 m, 6 m, 7,5 m _____ d) 15 m, 20 m, 25 m _____

Längdskala, areaskala, volymskala

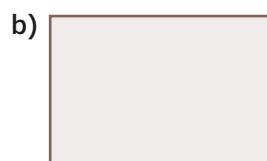
Mål Eleverna ska undersöka skillnaden mellan längdskala, areaskala och volymskala genom att rita och bygga.

Materiel Rutat papper, penna, linjal, byggklossar t.ex. multilink eller centikuber.

Utförande Låt gärna eleverna arbeta i grupper.

A Längdskala och areaskala

Eleverna ska rita de båda fyrhörningarna i olika längdskalor och beräkna omkretsen och arean i de olika längdskalorna. De fyller i resultaten i tabellerna.



Längdskala	Omkrets	Area
1:1	8 cm	
2:1		
3:1		
4:1		
5:1		

Längdskala	Omkrets	Area
1:1		
2:1		
3:1		
4:1		
5:1		

B Volymskala

Eleverna ska bygga olika kuber med ökande kantlängd och fylla i tabellen. De börjar med en kub, kantlängden på den kallar de för 1 längdenhet. Sedan bygger de en ny kub med kantlängden 2 längdenheter osv.

Kantlängd Antal längdenheter	Bottenytans area Antal areaenheter	Volym Antal volymenheter
1		
2		
3		
4		
5		

C Eleverna ska fylla i tabellerna.

Längdskala	Areaskala	Volymskala
1:1	1:1	1:1
2:1		
3:1		
10:1		

Längdskala	Areaskala	Volymskala
1:1	1:1	1:1
1:2		
1:5		
1:10		

Längdskala, areaskala, volymskala

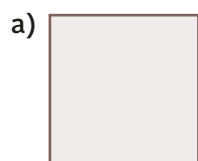
Mål Undersöka skillnaden mellan längdskala, areaskala och volymskala genom att rita och bygga.

Materiel Rutat papper, penna, linjal, byggklossar t.ex. multilink eller centikuber.

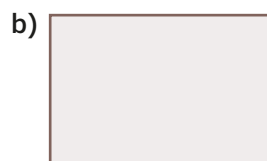
Utförande

A Längdskala och areaskala

Rita de båda fyrhörningarna på rutat papper i de olika längdskalorna. Beräkna omkretsen och arean i de olika längdskalorna. Fyll i tabellerna.



Längdskala	Omkrets	Area
1:1	8 cm	
2:1		
3:1		
4:1		
5:1		



Längdskala	Omkrets	Area
1:1		
2:1		
3:1		
4:1		
5:1		

B Volymskala

Bygg olika kuber med ökande kantlängd och fyll i tabellen. Börja med en kub, kantlängden på den kallar vi för 1 längdenhet, bygg sedan en ny kub med kantlängden 2 längdenheter osv.

Kantlängd Antal längdenheter	Bottenytans area Antal areaenheter	Volym Antal volymenheter
1		
2		
3		
4		
5		

C Fyll i tabellerna.

Längdskala	Areaskala	Volymskala
1:1	1:1	1:1
2:1		
3:1		
10:1		

Längdskala	Areaskala	Volymskala
1:1	1:1	1:1
1:2		
1:5		
1:10		

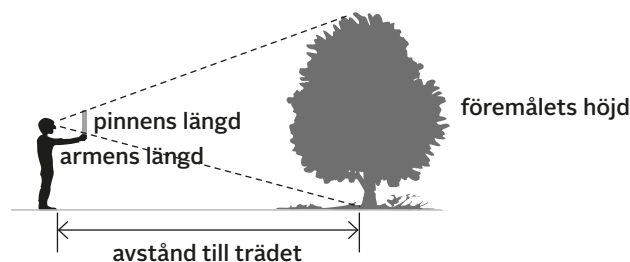
Höjdmätning

Mål Att använda kunskaper om likformighet för att mäta höga föremål som till exempel träd.

Materiel Långt måttband, pinnar och pennor.

Utförande

- A** Eleverna väljer ett högt föremål som de ska bestämma höjden av. Därefter tar de en pinne som ska vara något längre än deras arm. Sedan justerar de längden på pinnen så att längden från toppen till där handen håller i pinnen, är lika lång som armen är när den är utsträckt. Eleven håller sedan pinnen med sträckt arm, tittar med ena ögat och går framåt tills det ser ut som att pinnen och föremålet sammanfaller. Då bildas två likformiga trianglar. Ögats syftningslinjer till pinnen och pinnen bildar en triangel där triangelns höjd är lika lång som pinnens längd. Ögats syftningslinjer och höjden på föremålet bildar den andra triangeln. Eftersom höjden i den första triangeln är densamma som längden på pinnen så är avståndet till föremålet detsamma som föremålets höjd.
- B** Eleverna väljer olika höga föremål, utför mätningarna och fyller sedan i tabellen.
- C** Låt eleverna göra samma undersökning, men nu med hjälp av en penna. Nu bildas också två likformiga trianglar, men här är det ett annat förhållande mellan höjden i trianglarna och längden av pennan respektive höjden av föremålet. Om pennan är 15 cm och armens längd är 60 cm så är förhållandet mellan pennan och armen 1:4. Det betyder att föremålets höjd är en fjärdedel av avståndet till föremålet.



Höjdmätning

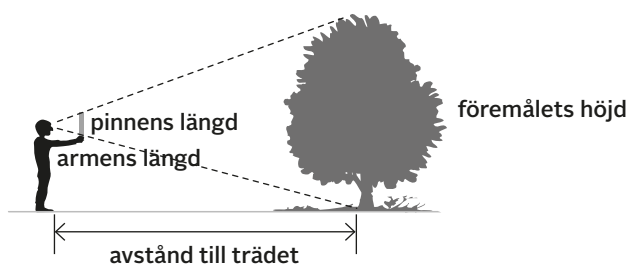
Mål Att träna på att göra höjdberäkningar med hjälp av likformighet.

Materiel Långt måttband, pinne som är lite längre än din arm och en penna.

Utförande

- A** Välj ut det föremål som du ska mäta höjden av. Det kan till exempel vara en flaggstång, höjden av ett hus eller ett träd.

Håll en rak pinne lodrätt med sträckt arm. Den del av pinnen som sticker upp ska vara lika lång som din arm. Titta med ena ögat mot pinnen. Gå så långt från det höga föremål som du ska beräkna höjden på så att pinnen precis sammanfaller med föremålet. Då bildas två likformiga trianglar. Höjden i den lilla triangeln (armens längd) är lika lång som basen i den lilla triangeln (pinnens längd). Höjden i den stora triangeln (avståndet till trädet) är lika lång som basen i den stora triangeln (föremålets höjd). Det betyder att avståndet till föremålet och föremålets höjd är lika.



- B** Välj nu andra höga föremål att beräkna höjden av på samma sätt. Gör dina mätningar och fyll i tabellen.

Föremål	Avstånd till föremålet	Föremålets beräknade höjd

- C** Gör samma undersökning, men använd en penna istället för en pinne. Fundera ut hur du nu kan beräkna höjden av de olika föremålen.

Symmetri på prickpapper

Mål Eleverna ska göra övningar med symmetri på prickpapper i syfte att lära sig spegla figurer och rita symmetrilinjer.

Materiel Kvadratisk prickpapper och isometriskt prickpapper (se bilagor), penna och linjal.

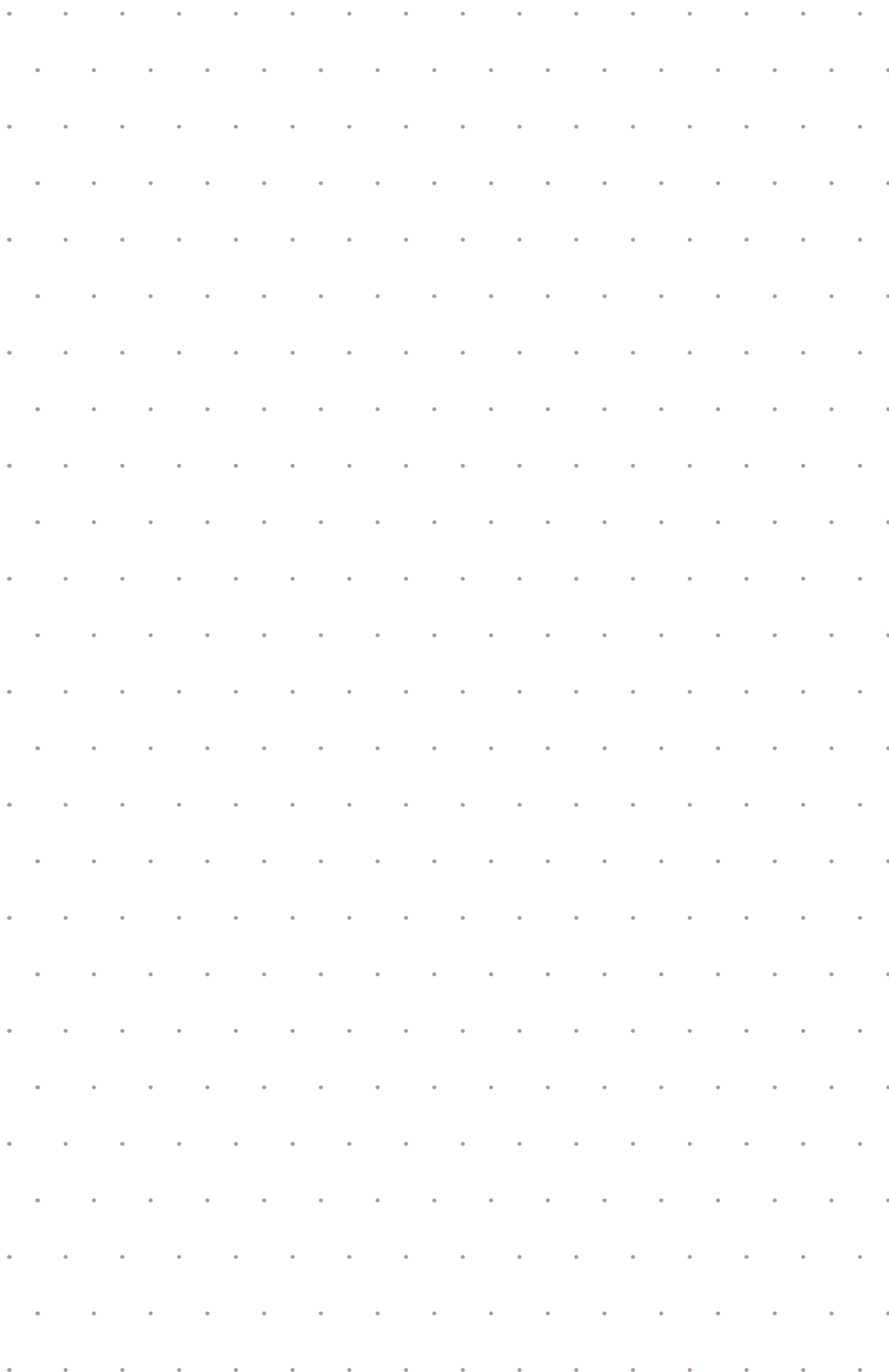
Utförande

- A** Eleverna ska först rita av bilderna på kvadratisk prickpapper och sedan rita spegelbilderna.
- B** Eleverna ska först rita av bilderna på isometriskt prickpapper och sedan rita spegelbilderna.
- C** Eleverna ritar egna mönster på kvadratisk prickpapper och på isometriskt prickpapper. De börjar med att rita en eller flera symmetrilinjer och ritar sedan mönster. Sedan ritar de spegelbilderna som bildas när mönstret speglas i symmetrilinjerna.
De kan också byta bilder med en kompis.

Kvadratisk prickpapper



Isometriskt prickpapper



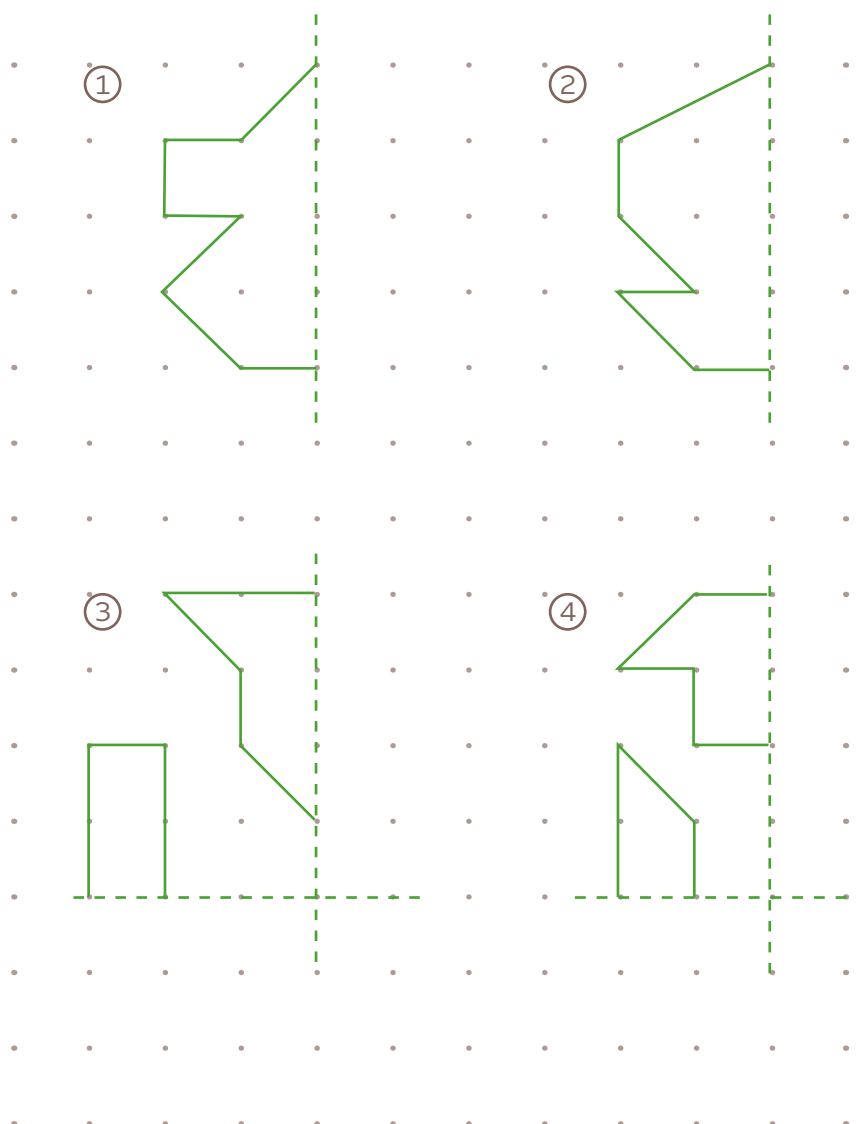
Symmetri på prickpapper

Mål Du ska rita figurer med hjälp av symmetrilinjer.

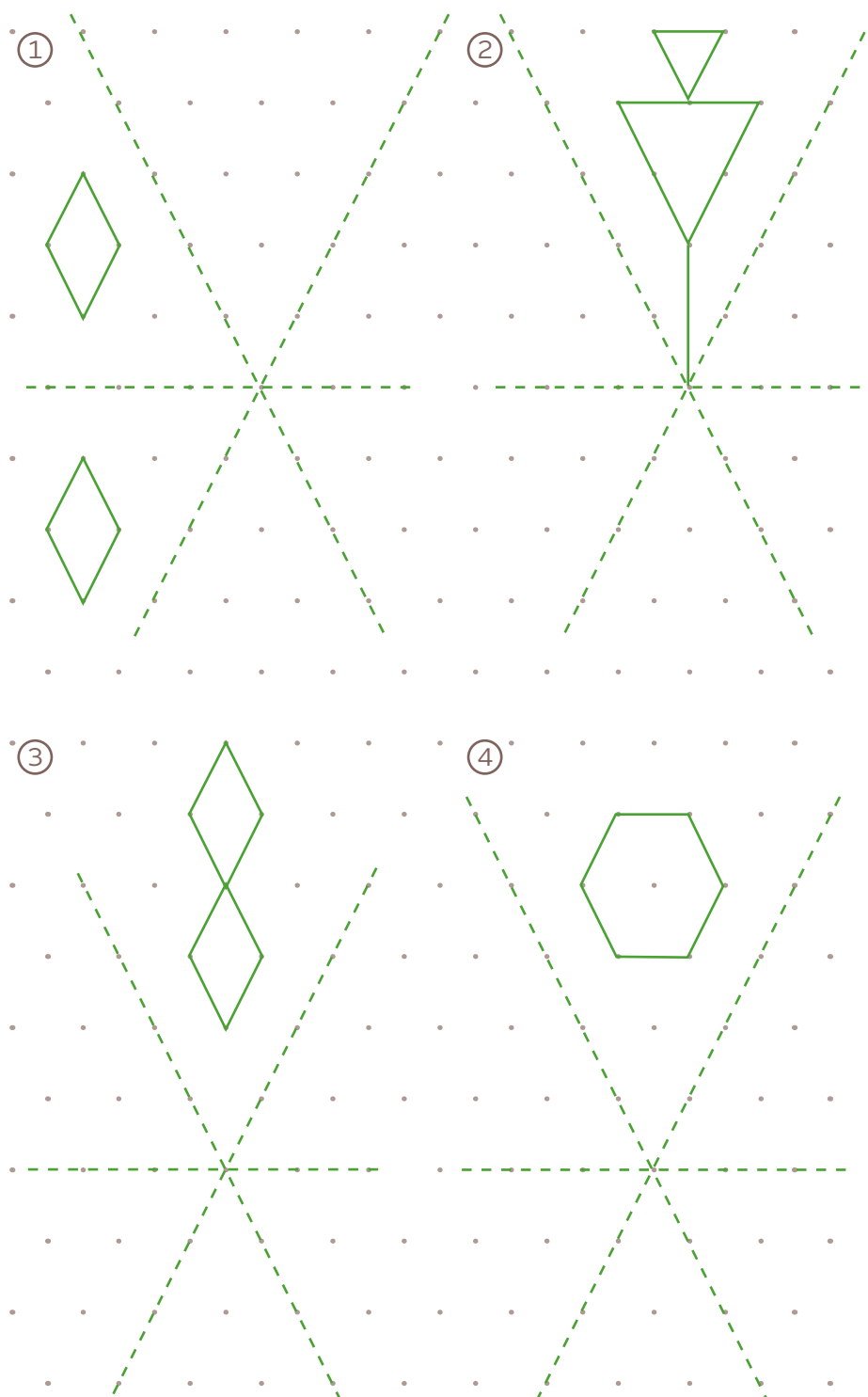
Materiel Kvadratisk prickpapper och isometriskt prickpapper, penna och linjal.

Utförande

- A** Rita av bilden på prickpapper och spegla bilden i alla symmetrilinjer och rita spegelbilden. Spegla sedan de ritade bilderna i alla symmetrilinjer.



- B** Använd isometriskt prickpapper och rita av bilden. Spegla bilden i alla symmetrilinjer och rita spegelbilden. Spegla sedan de ritade bilderna i alla symmetrilinjer.



- C** Gör egna mönster på kvadratisk och isometriskt prickpapper. Börja med att rita en eller flera symmetrilinjer. Rita sedan ett mönster och sedan ritar du spegelbilderna som bildas när mönstret speglas i symmetrilinjerna. Du kan också byta bilder med en kompis.